ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2007

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ORDRE GÉNÉRAL

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Que pensez-vous de cette phrase de Victor Hugo, écrivain français du 19ème siècle : « *Une moitié de l'espèce humaine est hors de l'égalité, il faut l'y faire rentrer : donner pour contre-poids au droit de l'homme le droit de la femme* ». Est-elle toujours d'actualité ? Expliquez votre point de vue.

Sujet n° 2

Quelles sont, selon vous, les conditions indispensables pour qu'un accès à l'éducation pour tous soit possible ?

Sujet n° 3

Nelson Mandela, ancien Président de la République d'Afrique du Sud, a déclaré en novembre 2006 : « *Ce sont les hommes qui créent la pauvreté et la tolèrent, et ce sont les hommes qui la vaincront.* » Qu'en pensez-vous ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2007

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

1ère COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

L'épreuve est composée d'un exercice et deux problèmes, indépendants, à traiter dans un ordre quelconque.

Le symbole Ln désigne le logarithme népérien.

Exercice :

On considère la suite u(n) définie sur l'ensemble des nombres entiers naturels par la relation :

$u(n+1) = u(n)\, e^{-u(n)}$
avec comme valeur initiale u(0) = 1.

Pour tout n entier, la suite v(n) est définie par la relation :

$$v(n) = \sum_{p=0}^{n} u(p)$$

1) Etudier le signe et le sens de variation de u(n).

2) Trouver la limite de u(n) quand $n \to +\infty$.

3) Montrer que u(n+1) = f(v(n)), où f est une fonction que l'on explicitera.
En déduire la limite de v(n) quand $n \to +\infty$.

Problème 1 :

On donne : Ln3 = 1,099.

Partie I :

Soit φ la fonction définie sur] 0, $+\infty$[par :

$\varphi(x) = \text{Ln}x / x$

Etudier les variations de φ et donner très précisément son tableau de variation.
Donner l'équation de la tangente au point d'abscisse 1.
Tracer le graphe de φ.

Partie II :

Soient a et b deux nombres réels strictement positifs.

1) Calculer a^b et b^a pour a = 2 et b = 3, pour a = 4 et b = 2, et pour a = Ln3 et b = 3.

2) Montrer que comparer a^b et b^a revient à rechercher le signe de $ab(\varphi(a) - \varphi(b))$.

3) En déduire la comparaison de a^b et b^a dans les cas suivants :

3a) $0 < a < b \leq e$

3b) $e \leq a < b$

4) Sans faire le moindre calcul, comparer π^e et e^π.

5) Montrer que pour tout a > e, il existe un réel b appartenant à l'intervalle]1, e [tel que $\varphi(b) = \varphi(a)$. En déduire que $a^b = b^a$.

Partie III :

On prend maintenant a = 3, et on cherche à résoudre l'équation $3^x = x^3$.

1) Soit g la fonction définie sur] 0, $+\infty$[par :

$g(x) = 3\text{Ln}x - x\text{Ln}3$

Etudier les variations de g.

2) Etablir l'existence de deux réels x_1 et x_2, avec $x_1 < x_2$, tels que $g(x_1) = g(x_2) = 0$.
Donner la valeur (évidente) de x_2.
En déduire une valeur approchée de la solution de l'équation $3^x = x^3$.

Problème 2 :

N est l'ensemble des entiers naturels, $N^* = N - \{0\}$; Z est l'ensemble des entiers relatifs ; R est l'ensemble des nombres réels.

Soit f une fonction réelle d'une variable réelle.
On suppose que, pour tout $(x, y) \in R^2$, f vérifie la relation (E) :

(E) $f(x+y) = [f(x) + f(y)] / [1 + f(x)f(y)]$

1) Montrer que s'il existe un nombre réel a tel que $f(a) = 1$ ou $f(a) = -1$, la fonction f est constante sur R.

Dans toute la suite, on supposera f non constante.

2) On écrit $x = (x/2) + (x/2)$.

2a) Montrer que $-1 < f(x) < 1$, $\forall x \in R$.

2b) Montrer que $f(0) = 0$.

2c) Montrer que f est impaire.

3) On pose $g(x) = [1 + f(x)]/[1 - f(x)]$.

3a) Démontrer par récurrence que, pour tout réel x et pour tout entier n strictement positif :

$g(nx) = g^n(x)$.

3b) On note $\lambda = g(1)$. Pour tout entier n naturel, donner la valeur de f(n) en fonction de λ.

3c) En déduire f(n) pour tout n appartenant à Z.

4) On suppose maintenant, et pour toute la suite de l'énoncé, que f, en plus de vérifier la relation (E), est dérivable au point 0. La dérivée de f en 0 est le nombre d défini par :

$d = \lim_{h \to 0} f(h)/h$

4a) Montrer que f est dérivable en tout point réel x et que $f'(x) = d(1 - f^2(x))$.

4b) Le nombre d peut-il être nul ?

4c) Montrer que f est monotone sur R.

5) On note f^{-1} la fonction réciproque de f. On admet que f^{-1} est dérivable sur $]-1, 1[$.

5a) Donner l'expression de la dérivée de f^{-1} en tout point de $]-1, 1[$.

5b) En déduire f^{-1}.

5c) En déduire alors l'expression de f.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2007

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ÉCONOMIE

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des deux sujets suivants.

Sujet n° 1

L'internationalisation des économies, et en tout premier lieu le poids des flux de capitaux, accroît les difficultés que rencontrent les Etats dans la définition et l'application de leur politique macroéconomique. Dans ce contexte, deux postulats – fondamentalement libéraux – semblent s'imposer dans les institutions internationales :

- d'une part, la « transparence » doit être la principale préoccupation d'un gouvernement,

- d'autre part, la meilleure politique macroéconomique est celle de l'intervention minimum.

Ces deux postulats sont fondés sur l'idée que la « mauvaise gouvernance » du secteur public est quasi-générale tandis que le marché limiterait un tel risque dans le secteur privé. Ils prennent en compte en outre la faiblesse des marges de manœuvre de la puissance publique pour de petites économies ouvertes. Ils tendent enfin à déboucher sur un mode de décision fondé essentiellement sur la « règle », et bannissant autant que possible les mesures discrétionnaires.

Il vous est demandé d'analyser les politiques monétaires et budgétaires récentes pour vérifier le bien-fondé d'un tel parti pris. Pour ce, vous définirez rapidement les principes de ces politiques (objectifs et outils). Puis vous en évaluerez l'efficacité au cours des années récentes à partir d'exemples pris dans des économies émergentes, mais également dans des économies développées. Enfin vous utiliserez les conclusions de cette évaluation pour juger du bien-fondé des deux postulats libéraux.

Sujet n° 2

La croissance de nombre d'économies émergentes bute de plus en plus fréquemment sur l'insuffisance des infrastructures économiques (transport, énergie, infrastructures portuaires…) et sociales (éducation, santé, recherche…). En vous appuyant sur la théorie économique (économie publique, théorie de la croissance endogène) il vous est demandé :

- d'expliquer pourquoi le marché peut s'avérer incapable de fournir une offre d'infrastructure suffisante,

- d'analyser le rôle de ces infrastructures dans le maintien d'une croissance durable.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2007

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

L'épreuve comporte cinq problèmes indépendants à traiter dans un ordre quelconque.

Problème 1 :

E est un espace vectoriel sur R, de dimension 3, de base B = (e_1, e_2, e_3) ; T est l'espace vectoriel sur R des matrices carrées d'ordre 3, à coefficients réels. O est la matrice nulle, I la matrice identité de T.

Soit U un élément de T, U ≠ O et U ≠ I.

On définit l'application φ_U de T dans T par : $\varphi_U(X) = UX - XU$.

1) Montrer que φ_U est linéaire.

2) L'application φ_U est-elle une bijection ?

Problème 2 :

On considère le système (S) suivant, composé de deux équations à deux inconnues réelles x et y :

$$\begin{cases} ax - by = c \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

Les paramètres a, b et c sont obtenus en lançant trois fois consécutives, de façon indépendante, un dé supposé parfait, à six faces numérotées de 1 à 6. Le premier lancer donne la valeur de a, le deuxième celle de b et le troisième celle de c.

1) Combien y a-t-il de valeurs possibles pour le triplet (a, b, c) ?

Dans toute la suite du problème, on donnera les probabilités demandées sous forme de fractions de dénominateur 108.

2) Calculer la probabilité P_1 que (S) ait une infinité de solutions.

3) Calculer la probabilité P_2 que (S) n'admette aucune solution.

4) Calculer la probabilité P_3 que (S) admette une solution unique.

5) Calculer la probabilité P_4 que (S) admette le couple (x = 3, y = 0) comme unique solution.

Problème 3 :

Partie I :

Soit k un nombre réel strictement positif.
On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par :

$f_k(x) = k^2x^2 - (\mathrm{Ln}x)/2 - 1/4$

1) Etudier les variations de f_k.

2) Soit M(k) le point correspondant au minimum de f_k.
Donner l'équation de l'ensemble des points M(k) quand k décrit $]0, +\infty[$.

Partie II :

On prend dans cette partie k = 1/2. On notera f la fonction $f_{1/2}$.

1) Donner précisément le tableau de variations de f.

2) Soit a un réel strictement positif. Calculer $I(a) = \int_a^1 f(x)dx$.

3) Déterminer la limite de I(a) quand $a \to 0^+$.

4) Soit n entier naturel, $n \geq 2$; on pose pour p entier naturel tel que $1 \leq p \leq n$:

$$S(n) = \frac{1}{n}\sum_{p=1}^{n} f(p/n)$$

4a) Soit p tel que $1 \leq p \leq n - 1$; on note J(p, n) l'intervalle élémentaire J(p, n) = [p/n, (p+1)/n].

Démontrer que : $f((p+1)/n) \leq n \int_{J(p,n)} f(x)dx \leq f(p/n)$.

4b) En déduire l'encadrement :

$S(n) - f(1/n)/n \leq I(1/n) \leq S(n)$.

4c) En déduire la limite de S(n) quand $n \to +\infty$.

Problème 4 :

C désigne le corps des nombres complexes.

Soit f la fonction de C dans C définie, pour $z \neq 2i$, par :

$f(z) = (z - 1)/(z - 2i)$

M, A et B sont les points d'affixes respectives z, 1, 2i.

1) Donner les formes cartésienne et trigonométrique de f(i).

2) Résoudre l'équation $f(z) = 2i$

3) Déterminer l'ensemble D des points M tels que $|f(z)| = 2$.

Problème 5 :

B est la base canonique de l'espace vectoriel C^4, C étant l'ensemble des nombres complexes. M est l'ensemble des matrices carrées d'ordre 4, à coefficients complexes.

Id est l'application identité de C^4 dans C^4, I est sa matrice identité associée.
o est le symbole de la composition des applications.

Soit g l'application de C^4 dans C^4 dont la matrice associée est J :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1) Déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres de g. La matrice J est-elle diagonalisable ?

2) A tout quadruplet (a, b, c, d) de C^4, on associe la matrice A suivante :

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \\ c & d & a & b \\ b & c & d & a \end{pmatrix}$$

On note φ l'application dont A est la matrice relativement à la base B.

Montrer que φ est une combinaison linéaire de Id, g, g^2 (= g o g), g^3 (= g o g o g).

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2007

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ANALYSE D'UNE DOCUMENTATION STATISTIQUE

(Durée de l'épreuve : 2 heures)

Note* : *L'épreuve est composée d'exercices indépendants qui peuvent être traités dans un ordre indifférent. La note finale tiendra compte, de façon non négligeable, des commentaires demandés explicitement.

Exercice 1

On étudie les dépenses mensuelles d'un étudiant en 1ère année d'école d'ingénieur. La répartition est donnée dans le tableau 1 :

Tableau 1

Dépenses en euros (x_i)	Effectifs (n_i)
[300,400[	10
[400,500[	60
[500,600[	15
[600,700[	40
[700,800[	20
[800,1000[	5

1) Tracer l'histogramme des dépenses mensuelles pour ces classes.

2) Donner le mode et calculer la médiane Me par interpolation linéaire. Interpréter les résultats.

3) Calculer la moyenne. Commenter.

4) Calculer l'écart-type σ.

5) On considère la distribution des sommes dépensées (dépenses totales par tranche: $n_i x_i$). Calculer la médiane de cette série par interpolation linéaire (remarque : cette médiane s'appelle la médiale et est notée Ml). Interpréter.

   Une mesure de la concentration se calcule par la formule $C = \dfrac{|Me - Ml|}{Max(x_i) - Min(x_i)}$.

   Calculer C.

Exercice n°2

On s'intéresse maintenant aux activités faites par les étudiants de 1ère année au cours des 3 premiers mois de l'année. La distribution des activités réalisées, suivant les deux critères du type d'activité et du mois, est donnée au tableau 2.

Tableau 2

	Mois 1	Mois 2	Mois 3
Sortie au cinéma	159	115	101
Sortie au bowling	28	40	37
Sortie au restaurant	102	99	78
Sortie en discothèque	81	116	101

1) Donner les distributions marginales des deux variables.

2) Si la répartition des sorties mensuelles était identique d'un mois sur l'autre, donner la répartition des 1057 sorties effectuées. Commenter.

Exercice n°3

Depuis cinq ans, la cafétéria de l'école concentre son effort pour promouvoir le commerce équitable en vendant des produits à l'ensemble des étudiants du campus universitaire. Elle souhaite analyser l'évolution des ventes. On dispose pour ce faire des ventes trimestrielles (en milliers d'euros) réalisées au cours des sept derniers trimestres (voir tableau 3). Ces données sont corrigées des variations saisonnières.

Tableau 3

	2004				2005		
Trimestre	1	2	3	4	5	6	7
Ventes réalisées	38,5	38,92	39,4	39,7	40,1	40,45	40,89

On étudiera le modèle $y = y_0 k^t$ où "t" représente le trimestre et "y" le volume de ventes.

Donner une estimation du chiffre d'affaires qu'on peut en déduire au 4ème trimestre 2005.

Exercice n°4

A l'aide du tableau 4, rédiger une note de synthèse faisant un bilan de l'évolution de l'indice des prix à la consommation depuis janvier 2000 dans l'Union Européenne, dans les pays de la zone euro, dans certains pays européens.

Tableau 4

Statistiques internationales – Indice des prix à la consommation harmonisé (Base 100 en 2005) – Europe des 15 avant mai 2004, à 25 ensuite

Période	Année	Union Européenne	Zone Euro	France	Allemagne	Espagne	Royaume-Uni	Grèce	Hongrie	Pologne	Suède
Juillet	2006	102,4	102,4	102,1	102,4	103,8	102,5	103,0	103,9	101,4	101,4
Avril	2006	102,1	102,2	101,9	101,6	103,8	101,7	103,8	102,3	101,1	101,6
Janvier	2006	100,6	100,7	100,6	100,7	101,5	100,5	101,7	100,6	100,3	100,0
Octobre	2005	101,0	101,0	100,8	100,8	101,6	100,7	101,5	100,4	100,7	101,0
Juillet	2005	100,0	100,0	99,9	100,3	99,7	100,1	99,1	100,7	100,0	99,7
Avril	2005	99,7	99,8	99,9	99,3	99,9	99,7	100,3	99,9	99,9	99,8
Janvier	2005	98,4	98,3	98,4	98,6	97,4	98,6	98,7	98,1	99,4	98,9
Octobre	2004	98,6	98,6	98,8	98,5	98,2	98,4	97,9	97,4	99,1	100,1
Juillet	2004	97,9	97,9	98,2	98,5	96,6	97,8	95,4	97,2	98,5	99,0
Avril	2004	97,7	97,7	97,9	97,9	96,6	97,8	97,1	96,3	96,9	99,3
Janvier	2004	96,5	96,5	96,8	97,0	94,4	97,0	94,7	94,4	95,8	98,4
Octobre	2003	96,4	96,3	96,5	96,3	94,8	97,2	94,8	91,6	94,7	98,6
Juillet	2003	95,8	95,7	95,7	96,5	93,4	96,5	92,5	90,6	94,1	97,8
Avril	2003	95,9	95,8	95,7	96,3	94,0	96,7	94,2	90,0	94,7	98,4
Janvier	2003	94,8	94,7	94,7	95,9	92,3	95,7	91,9	88,5	94,1	97,1
Octobre	2002	94,7	94,4	94,4	95,3	92,3	95,9	91,9	87,3	93,7	96,7
Juillet	2002	94,1	93,9	93,8	95,7	90,8	95,2	89,4	86,5	93,5	95,6
Avril	2002	94,1	93,8	93,8	95,4	91,1	95,3	91,2	86,6	94,6	96,1
Janvier	2002	93,0	92,7	93,0	95,0	89,0	94,4	89,0	84,5	93,7	94,6
Octobre	2001	92,7	92,3	92,6	94,0	88,7	94,7	88,4	83,3	92,6	95,1
Juillet	2001	92,4	92,1	92,4	94,7	87,7	94,2	86,3	82,8	92,3	93,9
Avril	2001	92,1	91,7	91,9	93,9	87,8	94,0	87,7	81,7	91,8	94,0
Janvier	2001	90,8	90,4	90,7	93,0	86,3	92,9	84,9	79,2	90,5	92,0
Octobre	2000	90,8	90,3	91,0	92,5	86,5	93,5	85,6	77,5	89,3	92,4
Juillet	2000	90,2	89,8	90,4	92,7	85,7	92,8	82,8	75,7	88,0	91,3
Avril	2000	89,9	89,3	90,1	91,9	84,8	92,9	84,5	74,1	86,2	91,4
Janvier	2000	89,1	88,6	89,5	91,8	83,9	92,1	82,3	72,0	84,4	90,6