ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ET DE MANAGEMENT
ENEAM – COTONOU

AVRIL 2024

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ORDRE GÉNÉRAL
(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Faut-il attacher de l'importance à la manière de s'habiller ?

Sujet n° 2

« Qu'elle soit nécessaire ou même justifiée, ne croyez jamais que la guerre n'est pas un crime ».

Partagez-vous cette opinion de l'écrivain américain Ernest Hemingway (1899-1961) ?

Sujet n° 3

« Il n'y a vraiment de beau que ce qui ne peut servir à rien ; tout ce qui est utile est laid » a dit l'écrivain Théophile Gautier au XXème siècle. Qu'en pensez-vous ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ET DE MANAGEMENT
ENEAM – COTONOU

AVRIL 2024

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

1ère COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES
(Durée de l'épreuve : 4 heures)

L'épreuve est composée d'un exercice et d'un problème, indépendants, à traiter dans un ordre quelconque.

Exercice :
On rappelle qu'une suite $u_n$est dite monotone si elle est soit croissante, soit décroissante.
On définit la suite récurrente (u_n), où n est un entier naturel, par son premier terme u_0, avec $u_0 > 0$, et sa relation générale :

$$u_{n+1} = u_n^2$$

1) Montrer que la suite (u_n) est monotone. Pour quelles valeurs de u_0 la suite (u_n) est-elle croissante ? Décroissante ?
2) En déduire les valeurs de u_0 pour lesquelles la suite (u_n) converge et calculer sa limite.

Problème :
Le symbole Ln désigne le logarithme népérien.
On définit la fonction f_a de la variable réelle x par :

$$x \in D \to f_a(x) = (4 + 3x)^a,$$

où D est l'ensemble $]-4/3, +\infty[$, et a un nombre réel quelconque.

Partie I
Dans cette partie, on prend $a = 1/2$.

I.1) Calculer les dérivées première et seconde de $f_{1/2}$. Etudier leur signe.

I.2) Calculer les limites de $f_{1/2}(x)$ et $f'_{1/2}(x)$ quand $x \to -4/3$.
I.3) Quelles sont les coordonnées de A, point d'intersection de ($C_{1/2}$), courbe représentant $y = f_{1/2}(x)$, et de la droite (B) d'équation $y = x$?
Donner l'équation de la tangente à la courbe ($C_{1/2}$) au point A.
I.4) Donner le tableau de variations de $f_{1/2}$ et tracer son graphe.
I.5) Calculer l'intégrale $I(1/2) = \int_{-1}^{4} f_{1/2}(x)dx$.

Partie II
Dans cette partie, le paramètre a de la fonction $f_a(x) = (4 + 3x)^a$ est un nombre réel positif ou nul.

II.1) Quelles sont les courbes représentant les cas particuliers $a = 0$ et $a = 1$.
II.2) Calculer f'_a et f''_a, respectivement dérivées première et seconde de f_a.
Etudier leur signe selon les valeurs de a.
II.3) Montrer que toutes les courbes (C_a) représentant les fonctions f_a passent par un point commun F dont on calculera les coordonnées (x_F, y_F). Donner l'équation de la tangente à (C_a) au point F.
II.4) Etudier les limites de $f_a(x)$ et $f'_a(x)$ quand x tend vers – 4/3 et vers + ∞.
II.5) Donner le tableau de variations de f_a et tracer son graphe.
II.6) Calculer l'intégrale $I(a) = \int_{-1}^{4} f_a(x)dx$.
II.7) On note, comme en Partie I, par A le point d'intersection de la droite $y = x$ avec la courbe (C_a) représentant f_a. On note (x_A, y_A) ses coordonnées.
Donner, en fonction de x_A, l'expression de l'intégrale $I_A = \int_{-1}^{x_A} f_a(x)dx$.
II.8) Soit un réel positif b tel que $b > a$. Comparer les positions respectives des courbes (C_a) et (C_b).

Partie III
Dans cette partie, on prend a réel quelconque.

III.1) Calculer la valeur de $f_a . f_{-a}$.
III.2) Calculer les expressions de f'_a et f''_a et étudier leur signe.
III.3) Le point F est-il aussi un point commun pour toutes les courbes (C_a), a réel ?
III.4) Donner le tableau de variations de f_a, pour a réel.
III.5) Tracer les fonctions $f_{-1/2}$ et f_{-1}.

Partie IV
On définit la suite récurrente (u_n), n étant un entier naturel, par :

u_0 ($u_0 > - 4/3$)

$$u_{n+1} = f_{1/2}(u_n) = \sqrt{4 + 3u_n}$$

IV.1) En supposant que la suite (u_n) admette une limite L quand $n \to +\infty$, calculer L.
IV.2) On suppose que $u_0 < 4$. Etudier la convergence de la suite u_n.

IV.3) On suppose que u_0> 4. Etudier la convergence de la suite u_n.
IV.4) Etudier le cas u_0 = 4.

Partie V

On définit la suite récurrente (u_n), n étant un entier naturel, par :

u_0 (u_0 > - c/d)

$$u_{n+1} = \sqrt{c + du_n}$$

où c et d sont deux paramètres vérifiant $c > 0$ et $d > 0$.

V.1) En supposant que la suite (u_n) admette une limite M quand $n \to +\infty$, calculer M.
V.2) On suppose que u_0 < M. Etudier la convergence de la suite u_n.
V.3) On suppose que u_0 > M. Etudier la convergence de la suite u_n.
V.4) Etudier le cas u_0 = M.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ET DE MANAGEMENT
ENEAM – COTONOU

AVRIL 2024

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

ÉCONOMIE
(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des deux sujets suivants.

Sujet 1

Après avoir décrit de manière théorique les avantages et les inconvénients des zones monétaires, vous analyserez les enjeux actuels de la Zone franc dans un contexte globalisé.

Sujet 2

Analysez le commentaire du Rapport 2023 sur l'Afrique de l'Organisation de coopération et de développement économiques (OCDE) « Dynamiques du développement en Afrique. Investir dans le développement durable » suivant :

« Depuis le début du 21e siècle, l'Afrique affiche le deuxième taux de croissance économique le plus élevé au monde, après l'Asie en développement. Pourtant, malgré cette croissance dynamique, l'investissement mondial s'est détourné de l'Afrique. Sa part des investissements directs étrangers (IDE) en faveur de nouveaux projets est passée de 12 % du total mondial en 2017 à moins de 6 % en 2021 – contre 15 % pour l'Asie en développement et 10 % pour l'Amérique latine et les Caraïbes. »

ECOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA - ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE - DAKAR

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ET DE MANAGEMENT
ENEAM - COTONOU

AVRIL 2024

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Économie

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

L'épreuve est constituée de cinq exercices indépendants à traiter dans un ordre quelconque. Le plus grand soin sera apporté à la rédaction et à la présentation des résultats.

Exercice 1

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le déterminant de A. En déduire une valeur propre de A.
2. Calculer A^3. En déduire que A n'admet qu'une valeur propre.
3. Montrer que A n'est pas diagonalisable.
4. Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}^n$ à l'aide des questions précédentes.

Exercice 2

On considère deux dés à six faces équilibrés, un rouge et un blanc. On lance simultanément les deux dés jusqu'à obtenir avec le dé blanc un résultat strictement supérieur à celui du dé rouge. On note N le nombre de lancers effectués.

1. Déterminer la probabilité p d'obtenir un résultat strictement supérieur sur le dé blanc lors d'un seul lancer.

2. Rappeler la loi suivie par la variable aléatoire N et préciser son espérance.

3. On note M le nombre de fois, parmi les N lancers, où les deux dés ont donné simultanément un 1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Soit $k \in \mathbb{N}^*$. Donner la probabilité conditionnelle que $M = k$ sachant que $N = n$, notée $P_{(N=n)}(M = k)$, suivant les valeurs de n et de k.

4. En utilisant la formule du binôme de Newton négative, assurant que si $r \in \mathbb{N}$ et $x \in [0, 1[$ on a :
$$\frac{1}{(1-x)^{r+1}} = \sum_{n=r}^{+\infty} \binom{n}{r} x^{n-r},$$
déterminer la loi de M.

Exercice 3

On note pour tout n entier supérieur ou égal à 3 :

$$P_n(X) = X^n - X^2 + X - 1$$

1. Déterminer les racines réelles de $P_3(X)$.

2. Montrer que $P_n(x)$ est négatif pour tout $x \in [0, 1]$.

3. Calculer $P_n'(X)$. En déduire que si n est impair alors l'unique racine réelle de $P_n(X)$ est 1.

4. Justifier que $P_n(X)$ a exactement deux racines réelles si n est pair.

Exercice 4

On considère l'espace vectoriel E des fonctions continues de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et F l'espace vectoriel des fonctions continues de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$. Soit l'application T définie de E dans F par

$$T(f)(x, y) = xf(y) + yf(x)$$

1. Montrer que T est une application linéaire.

2. Soit f élément de E tel que pour tous x, y de $[0, 1]$ on ait
$$T(f)(x, y) \leq 1.$$
Montrer qu'on a
$$\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t \leq \frac{\pi}{4}.$$

3. On rappelle que l'ensemble des fonctions f définies sur $\mathbb{R}_+^*$ satisfaisant
$$\forall x, y > 0, f(xy) = f(x) + f(y)$$

est constitué des fonctions de la forme $f : x \mapsto \lambda. \ln(x)$ où $\lambda \in \mathbb{R}$ et où on note ln la fonction logarithme népérien. Soit G l'ensemble des éléments de E tels que $T(f)(x, y) = f(xy)$ pour tout x et tout y réels.

(a) En considérant cette dernière égalité pour $x > 0$ et $y > 0$, déterminer la forme de $f(x)$ sur $\mathbb{R}_+$.

(b) Montrer que pour tout $f \in G$ on a $f(-1) = 0$ et en déduire que f est impaire.

Exercice 5

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On note :

$$I_n = \int_0^{+\infty} \cos(x) e^{-nx} \mathrm{d}x$$

1. Montrer que l'intégrale I_n est convergente.

2. Calculer la valeur de I_n en fonction de n et montrer que la suite (I_n) est convergente de limite nulle.