ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ET DE MANAGEMENT
ENEAM – COTONOU

AVRIL 2024

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

ORDRE GÉNÉRAL
(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Pourquoi punir ? Répondez et argumentez.

Sujet n° 2

Vivre avec son temps. Impératif ou illusion ? Vous répondrez à la question en illustrant vos propos.

Sujet n° 3

« *Si je ne suis pas moi-même je ne suis personne.* »
Virginia Woolf (1882-1941), autrice britannique, *Journal d'un écrivain (1915-1941).* Que pensez-vous de cette injonction ?

ECOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA - ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE - DAKAR

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ET DE MANAGEMENT
ENEAM - COTONOU

AVRIL 2024

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

1$^{\text{ère}}$ COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Le sujet est constitué de deux problèmes indépendants. Tout résultat donné dans l'énoncé pourra être admis dans les questions suivantes. Le plus grand soin sera apporté à la rédaction et à la présentation des résultats.

1 Problème d'analyse

Dans ce problème, nous nous intéressons à des intégrales de la forme $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+t^\alpha)^n}\,\mathrm{d}t$ où α est un réel strictement positif et n un entier naturel.

Partie I : Étude de cas particuliers

1. Dans cette question, traitons le cas $\alpha = 1$.
   On pose pour tout entier naturel n, $u_n = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+t)^n}\,\mathrm{d}t$.
   a) Déterminer les entiers naturels n pour lesquels l'intégrale u_n est convergente puis la calculer.
   b) Donner un équivalent de u_n lorsque $n \to +\infty$.
2. À présent, on s'intéresse au cas particulier où α est égal à 2.
   On pose pour tout entier naturel n, $v_n = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+t^2)^n}\,\mathrm{d}t$.

a) Déterminer les entiers naturels n pour lesquels l'intégrale v_n est convergente.

b) Montrer que pour tout entier naturel non nul n on a la relation de récurrence :

$$v_{n+1} = \frac{2n-1}{2n}\, v_n.$$

c) En déduire l'expression de v_{n+1} pour tout $n \in \mathbb{N}$.

d) On rappelle la formule de Stirling : $n! \underset{n\to+\infty}{\sim} n^n e^{-n}\sqrt{2\pi n}$.
Déterminer alors un équivalent de v_n lorsque $n \to +\infty$.

Partie II : Étude du cas $n = 1$

Dans cette partie, on pose pour tout réel strictement positif α, $K(\alpha) = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+t^\alpha}\, \mathrm{d}t$.

3. Déterminer l'ensemble des réels strictement positifs α tels que $K(\alpha)$ soit une intégrale convergente.

Dans la suite de ce problème, on fixe un réel α strictement supérieur à 1.

4. Démontrer que :

$$K(\alpha) = \int_0^1 \frac{1}{1+t^\alpha}\, \mathrm{d}t + \int_0^1 \frac{t^{\alpha-2}}{1+t^\alpha}\, \mathrm{d}t.$$

5. Montrer que pour tout entier naturel n on a :

$$\int_0^1 \frac{1}{1+t^\alpha}\, \mathrm{d}t = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{\alpha k+1} + R_n \qquad \text{avec} \qquad |R_n| \leq \frac{1}{\alpha(n+1)+1}.$$

On pourra appuyer le raisonnement sur l'étude de la somme $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} (-t^\alpha)^k$ pour $t \in [0,1]$.

6. Démontrer que pour tout entier naturel n non nul on a :

$$\int_0^1 \frac{t^{\alpha-2}}{1+t^\alpha}\, \mathrm{d}t = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}}{\alpha k-1} + S_n \qquad \text{avec} \qquad |S_n| \leq \frac{1}{\alpha(n+1)-1}.$$

7. Exprimer alors $K(\alpha)$ sous la forme d'une série convergente.

8. Soit λ un nombre réel non nul.
On considère la fonction 2π-périodique f définie sur $\mathbb{R}$ et dont la restriction à $[-\pi, \pi[$ est donnée par : $\left| \begin{array}{ccc} [-\pi, \pi[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ t & \longmapsto & \cos(\lambda t) \end{array} \right.$.
   a) Déterminer les coefficients de Fourier réels de la fonction f.

   b) Étudier la convergence de la série de Fourier de f et en déduire la valeur de la somme :
$$1 + 2\lambda^2 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\lambda^2 - n^2}.$$

9. Montrer que : $K(\alpha) = \dfrac{\pi}{\alpha \sin\left(\dfrac{\pi}{\alpha}\right)}$.

10. Retrouver le résultat pour le cas $\alpha = 2$.

Partie III : Calcul d'un équivalent dans le cas général

Dans cette partie, nous allons déterminer un équivalent de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+t^\alpha)^n}\,\mathrm{d}t$ lorsque $n \to +\infty$.
Posons donc, pour $\alpha > 1$ fixé, $I_n = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+t^\alpha)^n}\,\mathrm{d}t$.

11. Déterminer les entiers naturels n tels que I_n soit une intégrale convergente.

12. Montrer que pour tout $n \geq 1$, $I_{n+1} = \dfrac{n\alpha - 1}{n\alpha}\, I_n$.

13. a) Justifier que pour tout $n \geq 1$, on a $I_n > 0$.

    On pose alors pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, $z_n = \ln(I_n) + \dfrac{1}{\alpha}\ln(n)$.

    b) Montrer que la série $\displaystyle\sum_{n\geq 1}(z_{n+1} - z_n)$ est convergente.

    c) En déduire l'existence d'un réel L strictement positif tel que : $I_n \underset{n\to+\infty}{\sim} L\, n^{-\frac{1}{\alpha}}$.

À présent, nous allons calculer la valeur de L. Pour ce faire, posons pour tout $n \geq 1$, $J_n = n^{\frac{1}{\alpha}}\, I_n$.

14. a) Montrer que pour tout réel positif t on a l'encadrement : $t - t^2 \leq \ln(1+t) \leq t$.

b) On rappelle que la fonction Γ est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par :

$$\forall x > 0,\ \Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t}\, t^{x-1}\, \mathrm{d}t.$$

Montrer que pour tout entier naturel non nul n on a : $\dfrac{1}{\alpha}\Gamma\left(\dfrac{1}{\alpha}\right) \leq J_n$.

c) Démontrer que :

$$J_n \leq \frac{e^{\frac{1}{\sqrt{n}}}}{\alpha}\,\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{n^{\frac{1}{\alpha}}}{\left(1+n^{-\frac{3}{4}}\right)^n} + \frac{n^{\frac{1}{\alpha}}}{n\alpha - 1}.$$

On pourra commencer par décomposer l'intégrale I_n de la manière suivante :

$$I_n = \int_0^{n^{-\frac{3}{4\alpha}}} \frac{1}{(1+t^\alpha)^n}\,\mathrm{d}t + \int_{n^{-\frac{3}{4\alpha}}}^1 \frac{1}{(1+t^\alpha)^n}\,\mathrm{d}t + \int_1^{+\infty} \frac{1}{(1+t^\alpha)^n}\,\mathrm{d}t.$$

d) Démontrer que :

$$I_n \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{1}{\alpha}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) n^{-\frac{1}{\alpha}}.$$

2 Problème d'algèbre

Notations

Dans ce problème, nous utiliserons les notations suivantes :

- $\mathbb{N}$ désigne l'ensemble des entiers naturels.
- $\mathbb{Z}$ désigne l'ensemble des entiers relatifs.
- Pour tout entier naturel n, $[\![0,n]\!]$ désigne l'ensemble $\{k \in \mathbb{N} \,|\, 0 \leq k \leq n\}$.
- Pour deux entiers naturels n et p, on note $\binom{n}{p}$ l'entier défini par $\binom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$ lorsque $p \in [\![0,n]\!]$ et $\binom{n}{p} = 0$ lorsque $p > n$.
- $\mathbb{R}[X]$ désigne l'espace vectoriel des polynômes à coefficients réels, muni des lois $+$ et $.$ usuelles.
- Pour n un entier naturel, $\mathbb{R}_n[X]$ désigne le sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}[X]$ formé par les polynômes de degré inférieur ou égal à n.

Soit E un espace vectoriel. On note $\mathcal{L}(E)$ l'ensemble des endomorphismes de E.

On définit $Id_E : \left| \begin{array}{ccc} E & \to & E \\ x & \mapsto & x \end{array} \right.$ et $0_{\mathcal{L}(E)} : \left| \begin{array}{ccc} E & \to & E \\ x & \mapsto & 0_E \end{array} \right.$ où 0_E désigne le vecteur nul de E.

Pour toute application linéaire $u \in \mathcal{L}(E)$, on définit par récurrence l'endomorphisme u^n pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u^0 = Id_E \\ u^n = u^{n-1} \circ u & \text{si } n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Partie I : Étude de la dérivation discrète

Pour $P \in \mathbb{R}[X]$, on pose $\Delta(P)(X) = P(X+1) - P(X)$.

1. Montrer que $\Delta : P \mapsto \Delta(P)$ est un endomorphisme de $\mathbb{R}[X]$.

2. Déterminer le noyau de Δ.

3. Soit $n \geq 0$. On note Δ_n la restriction de Δ à $\mathbb{R}_n[X]$. Démontrer que Δ_n est un endomorphisme de $\mathbb{R}_n[X]$.

4. Soit $F = \{P \in \mathbb{R}[X] \,|\, P(0) = 0\}$. On note, $\widetilde{\Delta}$ la restriction de Δ à F et pour tout $n \geq 1$, on note $\widetilde{\Delta}_n$ la restriction de Δ_n à $\mathbb{R}_n[X] \cap F$.
   a) Démontrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}[X]$.

b) Soit $n \geq 1$. Montrer que $\widetilde{\Delta}_n$ est un isomorphisme de $\mathbb{R}_n[X] \cap F$ sur $\mathbb{R}_{n-1}[X]$.

c) En déduire que $\widetilde{\Delta}$ est un isomorphisme de F sur $\mathbb{R}[X]$.

5. Soit $G = \left\{ P \in \mathbb{R}[X] \mid \displaystyle\int_0^1 P(t)\,\mathrm{d}t = 0 \right\}$. On note, $\overset{\wedge}{\Delta}$ la restriction de Δ à G.

   a) Démontrer que G est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}[X]$.

   b) Démontrer que $\overset{\wedge}{\Delta}$ est un isomorphisme de G sur $\mathbb{R}[X]$.

6. Pour P et Q deux polynômes de $\mathbb{R}[X]$ tels que $\Delta(Q) = P$, on dira que P est la dérivée discrète de Q et que Q est une primitive discrète de P.

   a) Soit $P \in \mathbb{R}[X]$. Justifier l'existence d'une primitive discrète de P.

   b) Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ et Q_0 une primitive discrète de P. Déterminer l'ensemble des primitives discrètes de P.

   c) Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ et Q une primitive discrète de P. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} P(k) = Q(n+1) - Q(0)$.

   d) Soit n un entier naturel. Utiliser la formule précédente pour déterminer la valeur de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k$.

Partie II : Les polynômes de Hilbert

7. Montrer qu'il existe une unique suite de polynômes $(H_p)_{p\in\mathbb{N}}$, appelés polynômes de Hilbert, tels que :

$$\begin{cases} H_0 = 1 \\ \Delta(H_p) = H_{p-1}, \quad \text{pour } p \geq 1 \\ H_p(0) = 0, \quad \text{pour } p \geq 1 \end{cases}$$

8. Soit n un entier naturel. Démontrer que la famille $(H_p)_{0\leq p\leq n}$ est une base de $\mathbb{R}_n[X]$.

9. Montrer que pour tout entier naturel non nul p on a :

$$H_p(X) = \frac{1}{p!} \prod_{k=0}^{p-1} (X - k).$$

10. Démontrer que pour tout entier naturel n et tout polynôme P de $\mathbb{R}_n[X]$,

$$P(X) = \sum_{i=0}^{n} \Delta^i(P)(0) H_i(X).$$

11. a) Montrer que pour tout entier naturel i on a :

$$\Delta^i(P)(X) = \sum_{k=0}^{i} (-1)^{i-k} \binom{i}{k} P(X+k).$$

b) Soit n un entier naturel. En déduire, pour $P \in \mathbb{R}_n[X]$, l'expression de P dans la base $(H_p)_{0 \leq p \leq n}$ en fonction de $\{P(k),\, 0 \leq k \leq n\}$.

c) Soit n un entier naturel et $P \in \mathbb{R}_n[X]$. Démontrer la proposition suivante :

$$[\forall k \in \mathbb{Z}, P(k) \in \mathbb{Z}] \Leftrightarrow [\forall k \in [\![0, n]\!], P(k) \in \mathbb{Z}.]$$

12. Dans cette question, on introduit pour deux entiers naturels non nuls n et p la somme $S_n(p) = \sum_{k=0}^{n} k^p$. Également, pour tous entiers naturels r et s on appelle nombre de Stirling la quantité :

$$\left\{ \begin{matrix} r \\ s \end{matrix} \right\} = \frac{1}{s!} \sum_{t=0}^{s} (-1)^{s-t} \binom{s}{t} t^r$$

avec la convention $\left\{ \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} = 1$.

a) Montrer que pour tous entiers naturels non nuls n et p, on a : $S_n(p) = \sum_{i=0}^{p} i! \left\{ \begin{matrix} p \\ i \end{matrix} \right\} \binom{n+1}{i+1}$.

b) En déduire l'expression de $S_n(2)$ et de $S_n(3)$ en fonction de l'entier naturel non nul n.

Partie III : Les polynômes de Bernoulli

13. Montrer qu'il existe une unique suite de polynômes $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$, appelés polynômes de Bernoulli, tels que :

$$\begin{cases} B_0 = 1 \\ \Delta(B_n) = nX^{n-1}, \quad \text{pour } n \geq 1 \\ \int_0^1 B_n(t)\,\mathrm{d}t = 0, \quad \text{pour } n \geq 1 \end{cases}$$

14. a) Soit $n \geq 1$. Déterminer le degré de B_n.

b) Montrer que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, on a : $B_n(1) = B_n(0)$.

15. On introduit l'application $d : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R}[X] & \to & \mathbb{R}[X] \\ P & \mapsto & P' \end{array} \right.$ où P' désigne le polynôme dérivé de P.

 a) Vérifier que d est un endomorphisme de $\mathbb{R}[X]$ qui commute avec Δ.

 b) Montrer que pour tout $n \geq 1$, on a : $(d(B_n) - nB_{n-1}) \in \operatorname{Ker}(\Delta)$.

 c) En déduire que pour tout $n \geq 1$ et pour tout $k \in [\![0, n]\!]$, $d^k(B_n) = \dfrac{n!}{(n-k)!} B_{n-k}$.

Dans la suite du problème, on notera pour tout entier naturel k, $b_k = B_k(0)$.
b_k est appelé le k-ième nombre de Bernoulli.

16. a) Démontrer que pour tout entier naturel non nul n on a, $\Delta B_n(X) = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} B_{n-k}(X)$.

 b) En déduire que pour tout entier naturel p, on a : $(p+1)X^p = \displaystyle\sum_{k=0}^{p} \binom{p+1}{k} B_k(X)$.

 c) Montrer alors la relation suivante pour tout entier p non nul : $\displaystyle\sum_{k=0}^{p} \binom{p+1}{k} b_k = 0$.

 Cette relation permet de calculer les nombres de Bernoulli par récurrence à partir de $b_0 = B_0(0) = 1$. Calculer b_1, b_2 et b_3.

17. a) Soit n et p des entiers naturels non nuls. On rappelle que l'on note $S_n(p) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^p$.

 Démontrer : $S_n(p) = \dfrac{1}{p+1} \left(B_{p+1}(n+1) - B_{p+1}(0) \right)$.

 b) En déduire pour tous entiers non nuls n et p, $S_n(p) = \dfrac{1}{p+1} \displaystyle\sum_{k=0}^{p} \binom{p+1}{k} b_k \, (n+1)^{p+1-k}$.

 c) Retrouver les valeurs de $S_n(1)$, $S_n(2)$ et $S_n(3)$.

Partie IV : Nombres de Stirling et nombres de Bernoulli

18. À l'aide des résultats établis dans les deux parties précédentes, démontrer que pour tout entier naturel p supérieur ou égal à 1, on a : $b_p = \displaystyle\sum_{i=1}^{p} (-1)^i \frac{i!}{i+1} \left\{ \begin{array}{c} p \\ i \end{array} \right\}$.

 En déduire une formule explicite des nombres de Bernoulli :

$$\forall p \geq 1, \; b_p = \sum_{i=1}^{p} \frac{1}{i+1} \sum_{j=1}^{i} (-1)^j \binom{i}{j} j^p.$$

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ET DE MANAGEMENT
ENEAM – COTONOU

AVRIL 2024

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES
(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Dans toute cette épreuve, N désigne l'ensemble des entiers naturels, R l'ensemble des nombres réels, e le nombre de Néper et Ln le logarithme népérien.

Exercice n° 1

Soit f la fonction réelle définie par : $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$.

1. Etudier les variations de f et tracer son graphe.

2. Montrer que f admet un centre de symétrie (que l'on précisera).

3. Calculer $I = \int_0^1 f(x)dx$.

4. Etudier la convergence de la suite (u_n) définie par la relation de récurrence :
$u_{n+1} = f(u_n) - u_n$ et $u_0 > 0$.

Exercice n° 2

Soit f la fonction réelle définie sur l'ensemble des nombres réels strictement positifs par :
$f(x) = \frac{Lnx}{\sqrt{1+x^2}}$.

1. Etudier les variations de f et donner l'allure de son graphe.

2. Trouver une primitive de la fonction g définie sur les nombres réels strictement positifs par :
$g(x) = x\, f(x)$.

Exercice n° 3

On considère la matrice $M(a) = \begin{pmatrix} 4-a & 1 & -1 \\ -6 & -1-a & 2 \\ 2 & 1 & 1-a \end{pmatrix}$, où a est un paramètre réel quelconque.

1. Déterminer les valeurs propres de la matrice *M(a).*

2. Etudier la diagonalisation de cette matrice.

3. Déterminer la valeur de *a* et une base dans laquelle la matrice *M(a)* est semblable à la matrice suivante : $N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Exercice n° 4

Soit $f : R^2 \to R$ définie par : $f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad y = 0 \\ y^{2n}\, sin(\frac{x}{y}) & \text{si} \quad y \neq 0 \end{cases}$, où *n* est un entier naturel non nul.

1. Etudier la continuité de f .

2. Montrer que f admet des dérivées partielles premières en tout point.

3. Etudier la continuité des dérivées partielles premières de f .

4. Etudier la différentiabilité de f .

Exercice n° 5

1. On considère deux suites numériques (u_n) et (v_n) définies par les relations de récurrence suivantes : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{3}(2\, u_n + v_n) \\ v_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 2v_n) \end{cases}$ et $(u_0, v_0) \in R^2$

Etudier la convergence de ces deux suites.

2. On pose la même question pour les 3 suites numériques suivantes (on pourra chercher une suite géométrique combinaison linéaire de ces trois suites) :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{3}(2\ v_n + w_n) \\ v_{n+1} = \frac{1}{3}(2\ w_n + u_n) \\ w_{n+1} = \frac{1}{3}(2\ u_n + v_n) \end{cases} \text{ et } (u_0, v_0, w_0) \in R^3$$

Exercice n° 6

On note $M_n(Z)$ l'ensemble des matrices carrées d'ordre n à coefficients dans Z (ensemble des entiers relatifs).

1. Soit $M \in M_n(Z)$. Montrer que M est inversible dans $M_n(Z)$ si et seulement si son déterminant est égal à plus ou moins 1.

2. Soit $q: Z^3 \to Z$ définie par : $q\ (X) = x^2 + y^2 - z^2$, où $X = (x, y, z)$.

On dit que $M \in M_n(Z)$ conserve q si on a $\forall\ X\ \in Z^3\quad q\ (X) = q(MX)$.

Montrer que l'ensemble des matrices qui conservent q est un groupe multiplicatif, que l'on notera $O\ (q)$.

3. Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Montrer que $A \in O\ (q)$.

b) En déduire un mode de construction d'une famille de solutions de l'équation $q(X) = 0$ (on pourra exhiber une solution, à termes non nuls, de cette équation).

c) La matrice A est-elle diagonalisable ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

ÉCOLE NATIONALE D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ET DE MANAGEMENT
ENEAM – COTONOU

AVRIL 2024

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES

ISE Option Mathématiques

CONTRACTION DE TEXTE
(Durée de l'épreuve : 3 heures)

L'article ci-après de Yanne Boloh et Susanna Cartmell-Thorp a été publié dans Spore, n°194 sept-nov. 2019.

Il doit être résumé en 180 mots (plus ou moins 10%). Vous indiquerez en fin de copie le nombre de mots utilisés.

Il sera tenu compte de l'orthographe, de la ponctuation et de la présentation de votre écrit.

La digitalisation agricole africaine décryptée

Rapport du Centre technique de coopération agricole et rurale* (CTA).

En Afrique, où 80 % de la nourriture est produite par de petits producteurs, les technologies digitales pourraient provoquer une nouvelle révolution, comme le souligne une étude du CTA et de Dalberg Advisors, qui fournit la première analyse de ce genre. Le document met en lumière près de 400 solutions digitales et relève que 33 millions de petits producteurs du continent y sont inscrits, avec une croissance annuelle de 45 % du nombre d'inscriptions depuis 2012. Néanmoins, plus de 90 % du marché des services digitaux aux agriculteurs africains demeure inexploité, avec un chiffre d'affaires évalué à 127 millions d'euros sur un marché potentiel de 2,3 milliards d'euros.
Le Rapport sur la digitalisation de l'agriculture africaine du CTA et de Dalberg Advisors a été présenté à Rome, en Italie, le 21 juin 2019 lors de la conférence des ministres de l'agriculture de l'UA et de l'UE, et en Afrique, lors du Forum 2019 sur la révolution verte en Afrique, à Accra, au Ghana. Cet imposant rapport offre une idée précise de l'émergence récente de la digitalisation dans l'agriculture africaine. Il présente aussi une distribution géographique des applications et de leurs fournisseurs (ONG, gouvernements, secteur privé...). En plus d'analyser le paysage des innovations digitales pour l'agriculture (D4Ag) et de fournir un aperçu de l'utilisation actuelle de ces solutions dans l'agriculture sur le continent (principalement l'Afrique subsaharienne), le rapport offre aussi des prévisions pour la période 2025-2030 – une

première pour le secteur agricole. Le rapport montre aussi ce que les solutions digitales ont permis de réaliser à ce jour, présente les perspectives de croissance à court et moyen terme et, surtout, analyse l'impact que pourrait avoir l'exploitation de tout le potentiel du secteur. Alors que la qualité des données s'améliore, le rapport note que le nombre d'entrepreneurs développant de nouvelles solutions digitales pour l'agriculture augmente de façon exponentielle.

"En 2013, lorsque le CTA a organisé une grande conférence internationale sur les technologies de l'information et de la communication pour l'agriculture au Rwanda, il se passait peu de choses dans ce domaine. Mais ces cinq ou six dernières années ont vu une augmentation très importante des nouvelles solutions digitales apparaissant sur le marché", relève Michael Hailu, directeur du CTA, dans un récent entretien avec Spore.

Un baromètre de l'agriculture digitale

Le rapport du CTA et de Dalberg sera remis à jour tous les ans ou tous les deux ans, comme un baromètre. Les différents opérateurs disposent désormais d'une base compilant des données consolidées, plus pertinentes que des données isolées ou spécifiques à tel ou tel sujet. En tout, 17 institutions se sont coordonnées au sein d'un comité consultatif pour établir une méthodologie, collecter les données et les mettre en forme. Les solutions digitales destinées à l'agriculture ont été classées en cinq grandes catégories primaires (conseil, contacts commerciaux, accès au financement, gestion de la chaîne de valeur, intelligence macro), subdivisées en catégories secondaires. Les experts proposent, de surcroît, d'utiliser de nouveaux termes – comme middleware – pour qualifier les infrastructures de données nécessaires au déploiement de solutions digitales concrètes comme les drones, les stations météorologiques, les équipements de diagnostic de qualité des sols, des maladies et des plants, ainsi que les capteurs de champ.

Christian Merz, conseiller principal à l'Agence allemande de coopération internationale pour le développement (GIZ) et membre du conseil consultatif, déclare : "Ce rapport historique fournit des informations extrêmement utiles sur le marché des solutions agricoles numériques en Afrique subsaharienne. Les parties prenantes du secteur, notamment les donateurs, les gouvernements et les investisseurs, mais aussi les responsables de la mise en œuvre et les fournisseurs de solutions, doivent avoir une bonne compréhension de l'ampleur, de la nature et de la couverture du marché pour optimiser les interventions, choisir la meilleure solution, définir les stratégies de déploiement et de commercialisation, etc."

Leonard Mizzi, chef d'unité au sein de la direction générale de la coopération internationale et du développement de la Commission européenne, partage cet avis : "Nous vivons une époque de transformation et de changement technologique sans précédent. Le numérique peut contribuer à stimuler l'innovation pour développer des systèmes agroalimentaires durables et à produire des aliments de meilleure qualité et plus sûrs tout en préservant les ressources naturelles et la biodiversité. Mais nous devons en être conscients et soutenir des solutions durables, adaptées aux besoins des pays et intégrées dans des systèmes d'innovation plus vastes et mieux adaptés. Tout cela s'inscrit dans le droit fil des objectifs de la stratégie Digital4Development de l'UE et des ODD (Objectifs de développement durable) que nous sommes fiers de promouvoir."

Fracture numérique

Malgré de considérables résultats dans la transformation digitale, les femmes ne comptent que pour un quart des inscrits aux solutions digitales, bien qu'elles représentent près de la moitié de la main-d'oeuvre agricole en Afrique subsaharienne. Sachant qu'en Afrique un mégabyte de données mobiles coûte en moyenne 10 % du revenu moyen mensuel, les femmes qui gagnent souvent moins que les hommes sont laissées de côté. Pourtant, les solutions digitales pourraient accentuer leur capacité à produire et vendre plus et de meilleure qualité. De leur côté, les jeunes sont surreprésentés parmi les utilisateurs (65 %). Le numérique constitue d'ailleurs un levier pour les attirer ou les maintenir en agriculture. Cette donnée indique néanmoins un important fossé entre générations qui doit être dépassé afin d'impliquer une proportion significative d'agriculteurs parmi les plus âgés. Autre tendance remarquable : les utilisateurs sont beaucoup plus nombreux en Afrique de l'Est, avec le Kenya en tête, tandis que les solutions se trouvent en plus grand nombre à l'Ouest du continent. L'Afrique centrale et l'Afrique australe restent globalement moins représentées. Enfin, malgré un grand nombre d'acteurs qui composent ce jeune marché, une quinzaine de solutions digitales, principalement dans l'univers du conseil, dominent le marché avec 70 % des agriculteurs enregistrés.

Passer à grande échelle

Les auteurs du rapport se sont concentrés sur le nombre d'utilisateurs enregistrés – une donnée intéressante pour les donateurs – mais relèvent que le nombre d'utilisateurs actifs est beaucoup plus faible. Plus d'un tiers des utilisateurs interrogés ont déclaré utiliser au moins une solution technologique de pointe (drones, capteurs de terrain, big data ou machine learning). Toutefois, 40 % d'entre eux disent les utiliser souvent. Les utilisateurs très actifs ne représentent que 10 à 20 % de tous les utilisateurs enregistrés. Pourtant, près de 60 % des utilisateurs interrogés ont indiqué qu'ils envisageaient d'intégrer ces technologies dans leurs activités au cours des trois prochaines années. "Sachant que l'objectif africain de plein accès du continent à la téléphonie sera une réalité dans les années à venir, nous tablons sur le fait qu'environ 100 millions de petits agriculteurs s'abonneront à un service numérique ou similaire d'ici à 2020, un chiffre qui atteindra probablement les 200 millions d'ici à 2030", indiquent les auteurs du rapport. Dans 5 ans, 87 % des utilisateurs de la téléphonie mobile d'Afrique subsaharienne devraient avoir accès à l'Internet mobile. "Ce rapport indique que, malgré les défis, les facteurs économiques s'améliorent rapidement, avec une poignée d'acteurs commençant à développer des affaires viables à grande échelle. Pour atteindre le plein potentiel, les entreprises auront désormais besoin de se concentrer sur la conversion de leur base clientèle en utilisateurs réels afin que ces modèles économiques portent leurs fruits", affirme Michael Hailu.
Les données recueillies et leur analyse, ainsi que toutes les réussites de projet mises en avant dans le rapport, sont autant d'éléments de preuve solides de nature à convaincre tout investisseur potentiel. Ce rapport fait prendre conscience des défis et des opportunités liés aux technologies numériques, non seulement en Afrique, mais dans l'ensemble de la région ACP (les pays d'Afrique, des Caraïbes et du Pacifique). La digitalisation de l'agriculture aide le secteur agro-industriel et les gouvernements à avoir une meilleure vision de leurs objectifs, ce qui leur permet de mieux adapter leurs produits, services, politiques et actions, d'une manière générale. Selon une étude publiée en 2018 dans le Journal of the British Blockchain Association, la traçabilité améliorée des données sur International Business Machines

Corporation, la plateforme blockchain utilisée par Walmart, réduit de 7 jours à 2,2 secondes le temps nécessaire pour retracer le trajet d'une mangue, de l'arbre au supermarché.
Toutefois, l'étude souligne que les investissements dans la digitalisation pour l'agriculture sont, à ce jour, isolés, dispersés et fragmentaires, avec des efforts de passage à l'échelle dupliqués sans que cela soit nécessaire, ce qui a entraîné un manque d'efficacité et a ralenti la croissance à long terme et à large échelle. "Alors que l'opportunité est immense, le rapport ne fait preuve d'aucune naïveté sur les défis à relever et le travail considérable requis par les entreprises d'agribusiness, les gouvernements, les donateurs et les investisseurs afin de maximiser les impacts transformateurs de l'agriculture digitale dans les années à venir", affirme Michael Tsan, de Dalberg Advisors et co-leader du département Pratiques digitales et utilisation des données.

La nécessaire implication de tous les acteurs

Tous les résultats soulignés dans ce rapport montrent à quel point il est essentiel que toutes les parties prenantes investissent dans le digital destiné à l'agriculture, des bailleurs de fonds aux grandes entreprises technologiques, en passant par l'agro-industrie. Les investissements dans le secteur proviennent principalement des donateurs, mais le secteur privé rattrape son retard. Les recommandations formulées dans le rapport seront essentielles pour le développement de politiques appropriées aux niveaux national, régional et continental, de même que pour le développement des ressources humaines, des infrastructures publiques et des régulations.
Pour Enock Chikava, directeur adjoint du département Développement agricole de la Fondation Bill & Melinda Gates, les pays doivent commencer par avoir une vision claire de leur agriculture et du potentiel de sa digitalisation. "Une fois cette vision définie, il est nécessaire de disposer d'infrastructures. Vous ne pouvez pas vous lancer dans l'agriculture numérique si les infrastructures ne permettent aucune connectivité. Nous avons donc besoin de réglementations et de politiques pour encourager les investissements de la part du secteur privé", a-t-il déclaré dans une interview avec Spore. Néanmoins, Enock Chikava incite à la prudence : "Si les données déjà collectées, standardisées et analysées restent entre les mains et sous le contrôle d'une minorité, cela va à l'encontre de l'objectif même de la digitalisation. Il faut que les données soient largement partagées pour que les nouveaux arrivants ne doivent pas consacrer autant de temps et d'efforts pour recueillir le même type de données."
"La digitalisation change la donne dans la transformation de la petite agriculture, mais, il faut lui accorder l'importance qu'elle mérite dans les politiques et les investissements", confirme Michael Hailu. "Les gouvernements devraient considérer la digitalisation comme un domaine primordial qui pourra avoir une forte incidence sur la transformation de l'agriculture, l'amélioration de la productivité, le renforcement de la résilience face aux changements climatiques et la création d'opportunités pour les jeunes et les femmes. Les gouvernements devraient sérieusement s'intéresser aux bénéfices qu'ils pourraient tirer de la digitalisation dans le cadre de leurs stratégies de transformation de l'agriculture."

* Le CTA est régi par l'Accord de Cotonou entre le groupe des pays d'Afrique, des Caraïbes et du Pacifique (ACP) et l'Union européenne.