ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA - ABIDJAN

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE - DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA - YAOUNDÉ

AVRIL 2025

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES CYCLE LONG / ANALYSTES STATISTICIENS

ISE Cycle long / AS

1^{ère} COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 4 heures)

Avertissement !

- **Le sujet comporte cinq pages numérotées de 1 à 5.**
- **L'exercice 1 est composé de 10 questions indépendantes entre elles, toutes notées sur 1 point. Une note strictement inférieure à 6 est éliminatoire. Toutefois, cet exercice ne comptera que pour un cinquième dans la note finale de cette première épreuve.**

Notations

— On désigne par $\mathbb{N}$ l'ensemble des *entiers naturels*, et on pose : $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

— On désigne par $\mathbb{R}$ l'ensemble des *nombres réels*, $\mathbb{R}_+$ l'ensemble des nombres réels positifs ou nuls, et on pose : $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

— On désigne par $\mathbb{C}$ l'ensemble des *nombres complexes* — il contient l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$, ainsi qu'un élément i qui vérifie : $\mathrm{i}^2 = -1$.

Exercice 1

1. Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_0^2 x\mathrm{e}^{-x^2}\mathrm{d}x$.
2. Déterminer le domaine de définition de la fonction numérique $x \mapsto \sqrt{\ln(x^2+x-1)}$.
3. Montrer que la courbe représentative de la fonction $x \mapsto \dfrac{3x^2+7x-1}{x+3}$ possède une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$, dont on déterminera une équation cartésienne.
4. Étudier la limite de $\dfrac{x^2-3x^3}{x^4\mathrm{e}^x-1}$ lorsque x tend vers $-\infty$.

5. Calculer la dérivée de la fonction $x \mapsto \ln\big(\cos(3x)\big)$ définie sur $\left]0, \dfrac{\pi}{6}\right[$.
6. On note $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par son premier terme $u_0 > 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $\quad u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n + u_n^2} - \dfrac{1}{2}$. Montrer que la suite $(u_n + u_n^2)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmétique. Préciser sa raison.
7. Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2. On lance n fois de suite une pièce équilibrée, et l'on note P lorsque la pièce tombe sur « pile », et F lorsque la pièce tombe sur « face ». Le résultat est alors donné par une liste de n lettres P ou F. Par exemple, pour $n = 4$, on note $PFPP$ pour indiquer qu'on a tiré « pile » au premier lancer, puis « face » au deuxième, puis « pile » au troisième et au quatrième.
   (a) Combien y a-t-il de listes possibles ?
   (b) Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux « pile » lors des n lancers.
8. Déterminer une forme trigonométrique du nombre complexe $a = \sqrt{3} - \mathrm{i}$.
9. Déterminer la limite de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n = \dfrac{(1+\mathrm{i})^n}{2^n}$.
10. Résoudre l'équation : $\quad 2x^4 - 3x^2 - 2 = 0 \quad$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$, puis d'inconnue $x \in \mathbb{C}$.

Exercice 2

Pour tout entier non nul $n \in \mathbb{N}^*$, on note f_n la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f_n(x) = \begin{cases} x\mathrm{e}^{-\frac{n}{x}} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

1. Dans cette question, on fixe l'entier naturel $n \in \mathbb{N}^*$.
   (a) La fonction f_n est-elle continue en 0 ? Justifier.
   (b) Étudier les limites de f_n en $+\infty$ et $-\infty$.
   (c) Justifier que f_n est dérivable sur $\mathbb{R}^*$, et calculer f_n'.
   (d) Dresser le tableau de variation complet de f_n sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'équation : $\quad f_n(x) = 1 \quad$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}_+$ possède une unique solution, qu'on note u_n.
3. (a) Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $\quad u_n \geq 1$.
   (b) Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement monotone.
   On pourra commencer par calculer et simplifier $f_{n+1}(u_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
   (c) Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge vers $+\infty$.
4. (a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $\quad u_n \ln(u_n) = n$.
   (b) Étudier la limite : $\displaystyle \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x) + \ln\big(\ln(x)\big)}{\ln(x)}$.
   En déduire la limite de $\dfrac{\ln(n)}{\ln(u_n)}$ lorsque n tend vers $+\infty$.
   (c) Montrer que la suite $\left(u_n \dfrac{\ln(n)}{n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge, et préciser la limite.

Exercice 3

On note (E) l'équation : $x^3 + 3x - 1 = 0$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

1. (a) Montrer que (E) possède une unique solution.
   Vous n'essaierez pas de la calculer, c'est l'objectif de la suite de l'exercice.

   On note ρ l'unique solution de (E).

   (b) Justifier que : $\rho \in]0,1[$, puis que : $\rho = \dfrac{1}{\rho^2+3}$.

On note f la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x^2+3}$ sur $\mathbb{R}$, et $(\rho_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$\rho_0 = 0 \quad \text{et pour tout } n \in \mathbb{N} : \quad \rho_{n+1} = f(\rho_n) = \frac{1}{\rho_n^2+3}.$$

On **admet** que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $\rho_n \in [0,1]$.

2. Donner $f(0)$ et $f(1)$. Montrer que f est strictement décroissante sur $[0,1]$.
3. (a) Déterminer un réel $k \in]0,1[$ pour lequel : $\forall x \in [0,1], \quad |f'(x)| \leq k$.

   (b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $|\rho_{n+1} - \rho| \leq k|\rho_n - \rho|$.
4. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $|\rho_n - \rho| \leq k^n$.
5. (a) Montrer finalement que $(\rho_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers ρ.

   (b) Déterminer un entier N pour lequel : $|\rho_N - \rho| \leq 10^{-20}$. *Vous détaillerez votre raisonnement.*

Exercice 4

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

   (a) Résoudre l'équation : $\cos(n\theta) = -1$ d'inconnue $\theta \in [0, 2\pi[$. Combien y a-t-il de solutions à cette équation ?

   (b) Soient $\theta \in \mathbb{R}$ et $\rho \in \mathbb{R}_+^*$. On pose : $z = \rho\big(\cos(\theta) + \mathrm{i}\sin(\theta)\big) \in \mathbb{C}$.
   Donner sans démonstration une forme trigonométrique de z^n.

   (c) En déduire les solutions de l'équation : $z^n = -1$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note (E_n) l'équation : $\bar{z}(z-1) = z^n(\bar{z}-1)$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.

2. (a) Résoudre l'équation (E_0), c'est-à-dire l'équation $\bar{z}(z-1) = \bar{z} - 1$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.

   (b) Résoudre l'équation (E_1), c'est-à-dire l'équation $\bar{z}(z-1) = z(\bar{z}-1)$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.

Dans la suite de l'exercice, on fixe un entier naturel $n \in \mathbb{N}$ tel que : $n \geq 2$.

3. (a) Montrer que 0 est solution de (E_n).

   Soit $z_0 \in \mathbb{C}$ une solution **non nulle** de (E_n).

   (b) Montrer que : $|z_0| = 1$.

   (c) Montrer que : $\overline{z_0} = \dfrac{1}{z_0}$, puis que : $(z_0 - 1)(z_0^n + 1) = 0$.

   (d) En déduire les valeurs possibles pour z_0.

   (e) En déduire toutes les solutions de (E_n) lorsque $n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 2$.

Exercice 5

Dans cet exercice, on fixe un entier naturel $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Dans cette question, $y_0, \dots, y_n$ sont des nombres **réels positifs**, et Y est une variable aléatoire à valeurs dans $\{y_0, \dots, y_n\}$.
   (a) Montrer l'*inégalité de Markov* : $\quad \forall \varepsilon > 0, \quad \mathbb{E}(Y) \geq \varepsilon \mathbb{P}(Y \geq \varepsilon)$.
   Indication. Vous pourrez partir de la définition de l'espérance.

   Dans la question suivante, on note m l'espérance de Y, et σ^2 sa variance.

   (b) En déduire l'*inégalité de Bienaymé-Chebychev* : $\quad \mathbb{P}(|Y - m| \geq \varepsilon) \leq \dfrac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$.

Une population de personnes présente une maladie avec une proportion inconnue $p \in]0,1[$. On choisit un échantillon de n personnes, et on pose $X_i = 1$ si le i-ième individu est malade, 0 sinon. On considère que les variables aléatoires X_i ainsi définies sont indépendantes et suivent toutes une loi de Bernoulli de paramètre p.

2. Quelle est la loi suivie par $S_n = X_1 + \cdots + X_n$? Rappeler l'espérance et la variance de S_n.
3. (a) Montrer que pour tout $x \in [0,1]$: $\quad 0 \leq x(1-x) \leq \dfrac{1}{4}$.
   (b) Montrer que pour tout $\varepsilon > 0$: $\quad \mathbb{P}\left(\left|\dfrac{S_n}{n} - p\right| > \varepsilon\right) \leq \dfrac{1}{4n\varepsilon^2}$.
   Vous pourrez appliquer l'inégalité de Bienaymé-Chebychev.
4. Pour $\varepsilon = 0,01$, quelle taille N de l'échantillon doit-on choisir pour que S_N/N soit voisin de p à ε-près avec une probabilité supérieure à 95% ?

Exercice 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, et on considère les points $A(-3;1)$, $B(1;5)$ et $C(3;-3)$.

1. Donner les coordonnées du centre de gravité [1] du triangle ABC. On le notera G dans la suite.
2. (a) Déterminer une équation cartésienne de la hauteur issue de A.
   (b) Déterminer une équation cartésienne de la hauteur issue de B.
   (c) En déduire les coordonnées de l'orthocentre [2] de ABC. On le notera H dans la suite.
3. On note $\mathcal{E}$ l'ensemble d'équation cartésienne : $\quad x^2 - \dfrac{12}{5}x + y^2 - \dfrac{8}{5}y - \dfrac{78}{5} = 0$.
   (a) Déterminer $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tel que : $\quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad x^2 - \dfrac{12}{5}x = (x-\alpha)^2 + \beta$.
   (b) Montrer que $\mathcal{E}$ est un cercle, dont on précisera son centre Ω et son rayon R.
   (c) Montrer que $\mathcal{E}$ est le cercle circonscrit [3] au triangle ABC.
4. Montrer que les points H, Ω et G sont alignés.

1. On rappelle que le *centre de gravité* du triangle ABC est le point de concours des médianes. C'est aussi le barycentre du système $\{(A,1),(B,1),(C,1)\}$.
2. On rappelle que l'*orthocentre* du triangle ABC est le point de concours des hauteurs.
3. On rappelle que le *centre du cercle circonscrit* du triangle ABC est le point de concours des médiatrices. C'est aussi le centre de l'unique cercle passant par A, B et C.

Exercice 7

On pose : $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+t^2}\mathrm{d}t.$

1. (a) Justifier que I est bien définie.

   (b) Montrer que pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$: $\displaystyle\int_0^{\tan(x)} \frac{1}{1+t^2}\mathrm{d}t = x.$

   Vous commencerez par montrer que la fonction $x \mapsto \displaystyle\int_0^{\tan(x)} \frac{1}{1+t^2}\mathrm{d}t$ *est dérivable sur l'intervalle* $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$, *et calculerez sa dérivée.*

   (c) En déduire la valeur de I.

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose : $J_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{t^n}{1+t^2}\mathrm{d}t.$

   (a) Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq J_n \leq \dfrac{1}{n+1}.$

   (b) En déduire la limite de $(J_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

3. Dans cette question, on fixe un entier $n \in \mathbb{N}$.

   (a) Montrer que pour tout $t \in \mathbb{R}$: $\displaystyle\frac{1}{1+t^2} = \sum_{k=0}^{n}(-1)^k t^{2k} + (-1)^{n+1}\frac{t^{2n+2}}{1+t^2}.$

   (b) En déduire que : $I = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{2k+1} + (-1)^{n+1} J_{2n+2}.$

   (c) Expliquer comment obtenir une approximation rationnelle de π à 10^{-10} près.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2025

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES CYCLE LONG / ANALYSTES STATISTICIENS

ISE cycle long / AS

ORDRE GÉNÉRAL
(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Les candidats traiteront au choix l'un des trois sujets suivants.

Sujet n° 1

Selon vous quelles conséquences pourraient entraîner l'élection de M. Donald Trump à la présidence des Etats-Unis d'Amérique pour l'équilibre des relations internationales ?

Sujet n° 2

L'omniprésence des réseaux sociaux et la diffusion en continu de l'information peuvent conduire à une certaine manipulation des esprits. Quels moyens nos sociétés pourraient-elles mettre en œuvre afin que la parole des gouvernants, des experts, des scientifiques puisse être mieux entendue par la population noyée dans un flot d'informations contradictoires et de qualité très inégale ?

Sujet n° 3

Dans un proche avenir, on estime qu'un tiers de la population mondiale sera confronté à la raréfaction de la ressource en eau en raison du changement climatique tandis que sa répartition inégale entre les pays devrait renforcer les tensions internationales. Selon vous, comment pourrions-nous mieux gérer la ressource en eau aussi bien au niveau local que transnational afin que tous les pays et leurs populations puissent y avoir accès équitablement ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

ÉCOLE NATIONALE DE LA STATISTIQUE ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2025

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES CYCLE LONG / ANALYSTES STATISTICIENS

ISE cycle long / AS

2ème COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES

(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Ce sujet se compose de six exercices indépendants. Dans toute l'épreuve, Ln désigne le logarithme népérien, *e* le nombre de Néper, R l'ensemble des nombres réels, R^+ l'ensemble des nombres réels positifs, C l'ensemble des nombres complexes et N l'ensemble des entiers naturels.

Exercice n° 1

Soit l'application *f* définie sur R^+ par : $f\ (x) = \sqrt{x} - x$.

1. Étudier les variations de *f* et donner l'allure de son graphe.

2. Calculer $I_n = \int_0^1 x^n f(x)\ dx$, où *n* est un entier naturel non nul.

3. Calculer $J = \int_2^3 \frac{1}{f(x)}\ dx$.

Exercice n° 2

On considère les fonctions *f* et *g* définies sur l'intervalle $[1, +\infty[$ par :

$f(x) = -x - \sqrt{x^2 - 1}$ et $g(x) = -x + \sqrt{x^2 - 1}$.

1. Étudier les variations de *f* et *g* sur $[1, +\infty[$.

2. Pour $k \in N$, non nul, on pose : $I_k = [-k + \sqrt{k^2 - 1}, +\infty[$ et $J_k =]-\infty, -k - \sqrt{k^2 - 1}\ ]$.

Montrer que ces deux suites (I_k) et (J_k) sont des suites monotones de segments emboîtés pour l'inclusion.

3. Pour $k \in N$, non nul, on pose : $f_k(x) = \sqrt{x^2 + 2kx + 1}$. Donner l'ensemble de définition de $f_k(x)$ en fonction de I_k et J_k, et en déduire l'ensemble de définition de la fonction numérique φ_n définie par : $\varphi_n(x) = \left(\sum_{k=1}^{n} \sqrt{x^2 + 2kx + 1}\right) - \sqrt{n^2x^2 + 1}$, où n est un entier naturel strictement supérieur à 1.

4. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f_k(x) - \sqrt{x^2 + \frac{1}{n^2}} \right]$ et en déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} \varphi_n(x)$.

Exercice n° 3

Soit la fonction *f* définie sur $R - \{-1\}$ par : $f(x) = \dfrac{1 + x^2}{1 + x}$.

1. Étudier les variations de *f* et tracer son graphe.

2. Montrer que le graphe de *f* admet un centre de symétrie que l'on précisera.

3. Calculer $I = \int_0^1 f(x)dx$.

4. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes C, l'équation : $f(z) = 1 + i$, où la fonction *f* est prolongée sur $C - \{-1\}$.

Exercice n° 4

1. Étudier la suite $(u_n)_{1 \leq n}$ de nombres réels définie par la relation de récurrence :
$u_{n+1} = u_n \sin(u_n)$ et $0 < u_1 < 1$.

2. Étudier la suite $(v_n)_{1 \leq n}$ définie par la relation de récurrence : $v_{n+1} = Ln\left(\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\right)$.

Exercice n° 5

On considère les deux fonctions *f* et *g* définies sur l'ensemble des nombres réels positifs par : $f(x) = Ln(x + e)$ et $g(x) = \sqrt{x + 1}$. On note x_0 la solution de l'équation $\frac{1}{f(x)} + \frac{1}{g(x)} = 1$ et on admet que $x_0 \approx 3{,}7$.

1. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

2. Dans une course à pied de 15 kms, après 15 minutes de course, les deux concurrents en tête (A et B) se trouvent sur une même ligne. On note x la distance restante à parcourir (en kms), que l'on suppose supérieure à x_0. On fait alors l'hypothèse H suivante :

H : La probabilité que le coureur A gagne la course est égale à $\frac{1}{f(x)}$ et la probabilité que ce soit B est égale à $\frac{1}{g(x)}$.

L'hypothèse H a-t-elle un sens ? Sous cette hypothèse, qui a le plus de chance de gagner la course entre A et B ?

Exercice n° 6

Le profil d'un toboggan est modélisé (représenté) par une fonction f définie sur l'intervalle $[1,8]$ (unité de mesure en mètres) par : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$, où a et b sont deux entiers naturels. On donne $e \approx 2,7$; $e^{-1} \approx 0,37$ et $e^{-8} \approx 0$.

1. Seulement dans cette question a=3 et b=1. Étudier les variations de f et sa convexité. Tracer son graphe.

2. Déterminer la valeur de b pour que la demie tangente au graphe de f au point d'abscisse 1 soit horizontale.

3. On souhaite de plus que le haut du toboggan soit situé entre 3,5 et 4 mètres de haut. Déterminer la valeur de a et représenter ce tobogan.

4. Le mur de soutènement du toboggan (partie entre le sol et le toboggan) sera peint par un artisan sur une seule face. Sur le devis proposé, l'artisan demande un forfait de 200 euros augmenté de 30 euros par mètre carré peint. Quel sera le montant du devis ?

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE STATISTIQUE ET D'ÉCONOMIE
APPLIQUÉE
ENSEA – ABIDJAN

ÉCOLE NATIONALE DE LA
STATISTIQUE
ET DE L'ANALYSE ÉCONOMIQUE
ENSAE PIERRE NDIAYE – DAKAR

INSTITUT SOUS-RÉGIONAL DE
STATISTIQUE
ET D'ÉCONOMIE APPLIQUÉE
ISSEA – YAOUNDÉ

AVRIL 2025

CONCOURS INGÉNIEURS STATISTICIENS ÉCONOMISTES CYCLE LONG / ANALYSTES STATISTICIENS

ISE cycle long / AS

CONTRACTION DE TEXTE
(Durée de l'épreuve : 3 heures)

Le texte ci-après est tiré du livre d'Evelyne Heyer intitulé « La vie secrète des gènes » paru en novembre 2022 aux éditions Flammarion. L'autrice est professeure d'anthropologie génétique au Muséum national d'histoire naturelle, établissement français de recherche, d'enseignement et musée.

Il doit être résumé en 250 mots (plus ou moins 10%). Vous indiquerez en fin de copie le nombre de mots utilisés.

Il sera tenu compte de l'orthographe, de la ponctuation et de la présentation de votre écrit.

Toujours plus nombreux.

L'espèce humaine s'est multipliée à une vitesse folle depuis deux siècles. Mais la population finira vraisemblablement un jour par se stabiliser, voire par diminuer, à cause du phénomène de transition démographique.

Les chiffres de la démographie mondiale donnent le tournis. Chaque seconde, l'air que nous respirons s'emplit des cris de 4 nouveau-nés supplémentaires (la moyenne statistique exacte est de 4,66 nouvelles naissances par seconde). Chaque année, la planète héberge147 millions d'êtres humains en plus. Ce nombre descend à 90 millions si l'on tient compte du nombre de morts (1,81 décès par seconde). Il n'empêche : au total depuis l'aube de l'humanité, on estime que nous avons été 80 milliards d'individus. Cette croissance démographique est vertigineuse ! Nous sommes actuellement 7,8 milliards d'humains sur la planète, or nous étions moins d'un milliard il y a 200 ans ! Quand je suis née, nous étions presque moitié moins sur la planète.

Où nous mène cette augmentation si rapide et comment l'expliquer ? Par un phénomène bien connu des démographes : la transition démographique. Les Européens franchissent cette étape ces derniers siècles. Au XVIIe siècle, en France, les gens avaient beaucoup d'enfants, mais ceux-ci mouraient fréquemment : seule la moitié des enfants atteignaient quinze ans ! Avec l'amélioration de l'alimentation et de l'hygiène, ajoutées à la vaccination, cette mortalité a chuté rapidement. Ce recul est la première phase de la transition démographique. La seconde est la baisse de la fertilité. En somme, schématiquement, les familles basculent d'un modèle avec beaucoup d'enfants, mais qui meurent souvent, à peu d'enfants, mais qui survivent.

Pourquoi ce revirement explique-t-il la croissance exponentielle de la population mondiale ? En réalité, les pays qui s'engagent dans la transition démographique ne voient pas immédiatement le nombre d'enfants baisser. Aussi, pendant quelques décennies, conservent-ils une natalité solide sans contrepartie négative. Les mères continuent d'avoir des familles nombreuses sans qu'elles soient grevées par une santé fragile. C'est durant cette période que la croissance démographique est extrêmement forte. Par exemple, l'Angleterre est passée de 7 millions d'habitants en 1750 à 40 millions en 1900, soit 6 fois plus en 150 ans tout juste. Et c'est sans compter les quelques millions d'individus qui sont partis coloniser l'Amérique du Nord, l'Afrique du Sud ou l'Australie. Par comparaison, pendant ce temps, la France, qui avait déjà fait sa mue, s'est contentée d'une augmentation de 5 millions d'habitants, montant de 25 à 30 millions.

La transition démographique a commencé en Europe à la moitié du XVIIIe siècle et a fait son chemin partout à la surface du globe. Aujourd'hui, tous les pays du monde ont entamé ou on finit la leur. A l'échelle mondiale, le taux de natalité est passé de 5 enfants par femme en 1800 à 2,4 actuellement. Par rapport à notre propre histoire européenne, les choses s'accélèrent un peu partout ailleurs. Là où il a fallu à l'Europe plus de 150 ans pour passer le cap, l'Iran y est arrivé en seulement 20 ans ! Les pays d'Amérique du Sud et d'Afrique du Nord ont aussi vécu une transition rapide, en seulement 30 à 50 ans. Les pays d'Afrique subsaharienne sont les derniers à être entrés dans cette transition démographique et la font à des rythmes variables. Pour preuve, actuellement, à l'échelle mondiale, la fécondité varie entre 4,4 en Afrique, 2,1 en Asie et seulement 1,6 en Europe.

L'amélioration des conditions de santé n'est pas le seul facteur déclencheur. Dans certains pays comme la Chine, c'est une volonté forte de l'État qui a imposé la politique de l'enfant unique. Cette décision accélère un virage qui était déjà entamé. Dans les autres pays, amorcée grâce à de meilleurs soins, la baisse de la natalité s'est vue renforcée par l'élévation du niveau de vie et, surtout, par l'éducation des femmes. Mais qu'advient-il du nombre de naissances une fois la transition démographique achevée ? Plusieurs pays sont allés encore plus loin que le taux de natalité minimum requis pour que la population se renouvelle, qui correspond à 2,1 enfants par femme. Par exemple, à Singapour, on compte 1,1 enfant par femme, en Chine 1,6, en Corée du Sud 1,27. Et en Europe, tous les pays sont au-dessus de 2 enfants par femme. L'Italie et l'Allemagne affichent seulement 1,4 contre autour de 1,9 pour l'Irlande et la France.

D'ailleurs, la faiblesse de ces taux de natalité a conduit certains pays à s'alerter de la décroissance attendue de leur population, en l'absence d'immigration. Pour l'éviter, ces nations mettent en place des politiques incitant les femmes à avoir plus d'enfants. Ainsi, Singapour accorde une prime aux femmes qui font un enfant, et le gouvernement a même ajouté en 2021 une prime spéciale Covid pour rassurer les futurs parents sur leur avenir financier.

Vers quel futur nous amènent ces transitions en cascade, qui se réalisent aux quatre coins de la planète ? Les projections démographiques s'accordent toutes sur une croissance de la population humaine qui durera encore 30 ans, grimpant jusqu'à 9, voire 10 ou 11 milliards d'humains. Ensuite, certains démographes prédisent une décroissance de la population humaine. Tous les pays auraient alors terminé leur transition, et nous devrions commencer à être moins nombreux sur la planète. Ce qui ne dit rien de la pression que nous exercerons alors sur l'environnement. […]

Le hasard, à la source de la vie.

Sur la côte ouest de l'Australie, le golf de Shark Bay est une fenêtre vers les origines de la vie. Ce qui ressemble à des rochers parsemant le sable est en réalité … vivant. Les centaines de grosses boules noires sont des stromatolithes, c'est à dire des concrétions[1] minérales bâties par des algues microscopiques. Les biologistes pensent qu'elles offrent un aperçu des tous premiers organismes qui ont fleuri sur Terre, il y a 3,5 milliards d'années.

L'instant zéro de la vie sur notre planète a pu être bien antérieur (certains évoquent la date de -4,29 milliards d'années), mais une chose est avérée : entre ces espèces pionnières et toute la variété de formes de vie existantes aujourd'hui, tout a reposé sur le hasard. En quoi a-t-il joué dans l'arbre de la vie ? En fait, nous sommes les descendants des premières cellules qui contenaient de l'ADN[2] (ou de l'ARN[3] au sein des cellules, mais qui aurait pu jouer un rôle majeur lors de l'apparition de la vie). Or, avec ce type de molécule, le hasard est devenu la base de l'évolution biologique.

En effet, à chaque division cellulaire, l'ADN se voit recopié afin de fournir deux exemplaires d'ADN qui habiteront les cellules filles. Pour autant, cette copie n'est jamais parfaite : de façon aléatoire, des erreurs se glissent lors de la reproduction. Imaginez si l'on devait recopier lettre à lettre un livre : inévitablement, même le copiste le plus talentueux ferait quelques coquilles. Pour vous donner un ordre d'idée du défi que relèvent constamment les cellules, voici quelques chiffres : notre ADN contient 3 milliards de lettres, or seules entre 30 et 40 mutations entachent en moyenne sa copie à chaque génération. 30 à 40 mutations vous séparent donc à la naissance de l'ADN de chacun de vos parents – vous êtes en somme porteur de 70 « coquilles ».

Une trentaine d'erreurs sur 3 milliards de lettres, c'est vraiment très peu. En d'autres termes, notre ADN est super-robuste et fichtrement bien copié ! Ce n'est pas le cas de tous les organismes. Par exemple, le fameux virus SARS-CoV-2, dont le génome[4] est beaucoup plus petit (30 000 lettres), affiche un taux de mutations environ mille fois plus élevé. Quant au virus de la grippe, il mute encore deux fois plus.

Pourquoi ces mutations aléatoires sont-elles fondamentales à la vie ? Parce qu'elles sont les moteurs de l'évolution. Les mutations chez l'humain sont pour la plupart neutres, et, pour une minorité, néfastes, c'est-à-dire que leurs porteurs survivent moins bien ou ne se reproduisent pas aussi efficacement. Toutefois, dans quelques très rares cas, le hasard fait bien les choses, et ces mutations dotent l'individu d'un avantage dans son milieu. Elles peuvent être immédiatement bénéfiques ou révéler leur intérêt lors de l'émergence d'une nouvelle maladie,

---

[1] Réunion de parties en un corps solide ; ce corps.
[2] Abréviation de « acide désoxyribonucléique ». La molécule d'ADN se trouve dans toutes nos cellules et contient toutes les informations nécessaires au développement et au fonctionnement du corps.
[3] Abréviation de « acide ribonucléique ». Cette molécule biologique a une structure moléculaire très proche de l'ADN.
[4] Ensemble de l'information génétique d'un organisme contenu dans chacune de ses cellules sous la forme de chromosomes.

par exemple. Les mutations sont en quelque sorte un réservoir de potentialités pour des adaptations futures.

Ainsi les Bajo en Indonésie ont eu la chance de voir apparaître dans le génome de leurs ancêtres une mutation qui allait devenir fort avantageuse : elle permet de nager en apnée plus de 10 minutes ! Cette mutation n'a certainement aucun intérêt pour la plupart d'entre nous et est dite neutre. Chez les Bajo, pêcheurs d'éponges, elle s'est en revanche révélée un sacré avantage !

L'aléa génétique est le carburant de toutes les grandes inventions évolutives depuis l'origine de la vie : la respiration des premières bactéries qui a enrichi l'atmosphère en oxygène, le passage d'organismes unicellulaires à des individus constitués de plusieurs cellules, l'apparition du cerveau comme système nerveux central… Dans des temps plus proches, nos ancêtres ont eu la chance de porter des mutations favorisant le développement d'un cerveau particulièrement efficace, de la bipédie, du langage, etc. Bref, nous sommes les descendants de tous ces heureux gagnants à la loterie des mutations. […]

<u>Notre évolution va-t-elle se poursuivre ?</u> […]

Il serait faux de croire que, puisque l'essentiel d'entre nous ne vit plus comme des chasseurs-cueilleurs soumis aux aléas de la nature, nous ne nous émanciperons pas de ce grand principe universel qui veut que toutes les espèces vivantes évoluent : à chaque fois que deux être humains engendreront un enfant, des mutations, des nouveautés génétiques apparaitront par hasard dans notre ADN. Pour l'essentiel, ces altérations ne changeront pas grand-chose, mais une infime partie d'entre elles se révèleront positives et seront retenues par la sélection naturelle.

Mais de quelle sélection s'agit-il ? L'amélioration incessante de la qualité de vie depuis 200 ans, dans les pays riches, donne l'impression que la sélection naturelle s'est presque tarie : quasiment tous les enfants atteignent l'âge adulte, alors que presque la moitié mourait il y a deux siècles. En fait, la sélection joue à présent sur la fertilité et la reproduction. On voit déjà que, dans certaines régions polluées, les chromosomes Y, plus fragiles que le reste du génome, entrainent une infertilité masculine. La sélection naturelle dépend du milieu dans lequel nous vivons, celui que nous créons.

Dans quelles directions ira l'évolution ? Question épineuse. Cela dépendra du hasard des mutations et, justement, de l'environnement dans lequel nous habiterons. Deux éléments bien difficiles à prédire ! Inutile de lorgner vers des hypothèses fantasques de science-fiction : nous n'aurons pas les jambes plus courtes car nous marcherions moins, ni un sixième doigt pour mieux utiliser les smartphones. Et s'il est difficile d'anticiper à long terme où nous amènera le jeu de la vie, il y a au moins un aspect humain qui ne changera pas.

Lequel ? Nos incessantes migrations. Nous sommes une espèce qui a la bougeotte. En cela, nous nous distinguons de nos cousins, les grands singes non humains, qui sont restés rivés à leur berceau, l'Afrique tropicale et l'Asie du Sud-Est pour les orangs-outans. La migration fait partie du succès de notre espèce. Un futur sans ces échanges de gènes me semble irréaliste. Cela peut vous paraître étrange, mais c'est la leçon que retient la généticienne anthropologue que je suis. Vous songez certainement davantage à un futur empli de fusées vers Mars ou de voitures volantes. Moi, j'imagine les déplacements humains. Et un ticket pour Mars, n'est-ce pas déjà une forme de migration ?

Une chose que l'on peut prédire dans un futur proche avec une quasi-certitude, c'est l'envolée de notre démographie. Nous atteindrons un pic de population d'environ 10 milliards d'humains dans 30 à 50 ans. L'essentiel de ce boom aura lieu en Afrique. Or notre impact sur la planète varie d'un facteur 100 selon que l'on est européen ou américain, ou qu'on habite en Afrique. Donc, pour que nous puissions vivre bien et plus nombreux sans détruire davantage notre biotope[5], il est indispensable que les pays riches basculent vers des modes de consommation plus en adéquation avec le futur de la planète. Nous sommes les héritiers des générations passées, soyons maintenant solidaires des générations futures !

[5] Milieu de vie, environnement avec des caractéristiques physiques spécifiques (sol et ses constituants, air, température, humidité, lumière, climat, etc.)